4. Klausur Mathematik
Leistungskurs Klasse 12

1.1. Gegeben ist die Funktionenschar $y = f_a(x) = (x-a)^2 + 3a^2;\ x, a \in \mathbb{R};\ a > 0.$

1.1.1. Bestimmen Sie die Gleichungen der beiden Ursprungstangenten an die Graphen von $f_a(x)$!

1.1.2. Stellen Sie die Funktion und die beiden Tangenten für a=1 graphisch dar!

1.1.3. Berechnen Sie den Flächeninhalt der Fläche, die von der Funktion und den beiden Tangenten vollständig eingeschlossen wird! (für allgemeines a)

1.2. Welche quadratische, symmetrisch zur y-Achse liegende Parabel schneidet die Funktion y=lnx im Punkt A(e;1) senkrecht?

2. Gegeben ist die Funktionenschar $y = f_t(x) = (t - x^2) \cdot e^x;\ \ x, t \in \mathbb{R};\ \ t \geq 0.$

2.1. Bestimmen Sie die Schnitt***punkte*** mit den Koordinatenachsen, die Extrem***stellen*** und die Wende***stellen***, geben Sie die Gleichung der Asymptote an!

2.2. Weisen Sie nach, dass zwei verschiedene Funktionen der Schar keinen gemeinsamen Punkt besitzen!

2.3. Geben Sie alle berechneten Werte für die Funktionen $f_0(x)$ und $f_2(x)$ an und stellen Sie diese beiden Funktionen in einem gemeinsamen Koordinatensystem dar!

2.4. Betrachtet wird jetzt die Funktion $f_2(x)$:

2.4.1. Weisen Sie nach, dass die Funktion $y = F(x) = (-x^2 + 2x) \cdot e^x$ eine Stammfunktion von $f_2(x)$ ist.

2.4.2. Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die von der Funktion $f_2(x)$ und der x-Achse vollständig eingeschlossen wird.

2.4.3. Die Punkte $A(-\sqrt{2};0)$, $B(u;0)$ und $C(u;f_2(u))$ bilden ein Dreieck.

Bestimmen Sie u so, dass der Flächeninhalt des Dreiecks ABC maximal wird!

Hinweise: Volle Punktzahl gibt es bereits für die richtige Ableitung der Zielfunktion!

$-\sqrt{2}$ ist eine erkennbare Nullstelle von $A'(u)$.

Auf die Überprüfung der Existenz des Maximums wird verzichtet!

Zusatzpunkte winken!