M. Apsel Apr. 04

5. Übungsserie
Mathematik Klasse 12
Exponential- und Logarithmusfunktionen

1. Gegeben ist eine Kurvenschar durch $y = f_a(x) = x \cdot e^{a-x};\ x, a \in \mathrm{IR}$.

1.1 Bestimmen Sie für die Graphen der Funktionen der Schar die Koordinaten der Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, der Extrempunkte und der Wendepunkte!
Welche Funktion hat den Extrempunkt bei $E(x_E \mid e)$?
Welche Funktion hat den Wendepunkt bei $W(x_W \mid e)$?

1.2. Untersuchen Sie das Verhalten im Unendlichen!

1.3. Zeichnen Sie die Graphen für a = -1; 0 und 1 in ein gemeinsames Koordinatensystem! (1 LE = 2 cm)

1.4. Bestimmen Sie die Ortskurven der Extrem- und Wendepunkte!

1.5. Zeigen Sie, dass alle Funktionen der Schar genau einen gemeinsamen Punkt besitzen!

1.6. Zeigen Sie, dass alle Wendetangenten der Schar genau einen gemeinsamen Punkt besitzen!

1.7. Die Punkte O(0|0), P(u|0) und $Q(u|f_2(x))$ bilden für u>0 ein Dreieck. Prüfen Sie ob der Flächeninhalt des Dreiecks extrem wird! Welchem Grenzwert strebt der Flächeninhalt zu?

2. Gegeben ist eine Kurvenschar durch $y = f_a(x) = (2x^2 - x^3) \cdot e^{a-x};\ x, a \in \mathrm{IR}$. Die Graphen seien K_a.

2.1 Bestimmen Sie für die Graphen der Funktionen der Schar die Koordinaten der Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, der Extrempunkte und der Wendepunkte!

2.2. Untersuchen Sie das Verhalten im Unendlichen!

2.3. Zeichnen Sie die Graphen für a = 0; 1 und 2 und $-1 \le x \le 10$ in ein gemeinsames Koordinatensystem! (1 LE = 1 cm)

2.4. Die Tangente an K_a in $P(2|f_a(2))$ schneidet die y-Achse in A; die Normale durch K_a in $P(2|f_a(2))$ schneidet die y-Achse in B.
Bestimmen Sie den Wert von a, so dass die Strecke AB die Länge 5 hat!

3. Für jedes positive t ist eine Funktion durch $y = f_t(x) = \dfrac{x^2 - t}{t^2} \cdot \ln\left(\dfrac{x^2}{t}\right)$.

3.1. Geben Sie den Definitionsbereich an!

3.2. Welche Funktion läuft durch A(4|1); welche hat an der Stelle 4 den Anstieg 1?

3.3. Bestimmen Sie Nullstellen und Extrempunkte! Weisen Sie nach, dass keine Funktion der Schar einen Wendepunkt besitzt!

3.4. Weisen Sie nach, dass jede Funktion der Schar nur positive y-Werte besitzt und untersuchen Sie die Graphen auf Symmetrie!

3.5. Zeichnen Sie die Graphen für t = 1; 2 und 4 und $-6 \le x \le 6$ in ein gemeinsames Koordinatensystem!

3.6. Bestimmen Sie, diejenige Funktion $g_{a;d}(x) = \begin{cases} f_4(x), \text{falls} |x| \ge 1 \\ ax^2 + d, \text{falls} |x| < 1 \end{cases}$, die überall stetig und differenzierbar ist!