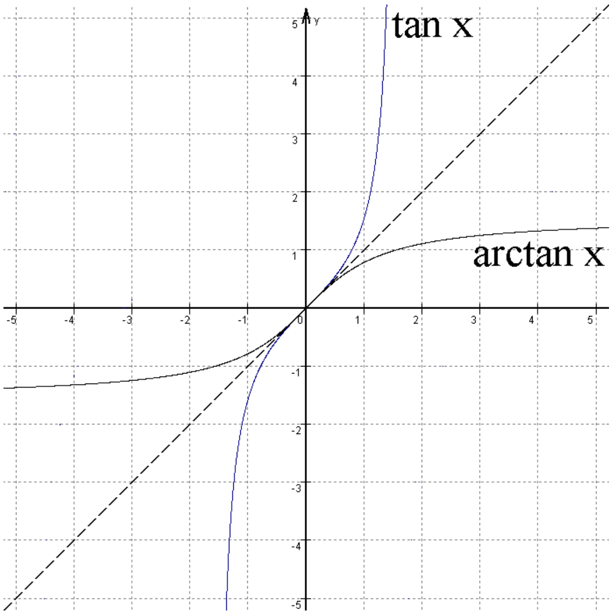
Einige werden sich vielleicht beim Durchblättern des Tafelwerkes mal gefragt haben, warum Umkehrungen von Winkelfunktionen so einfache Ableitungen haben.

Gesucht sind die Extrem- und Wendepunkte der Funktion $y = f(x) = \arctan x$. Das heißt, wir brauchen die ersten beiden Ableitungen dieser Funktion.

Vorüberlegung:



	$y = f(x) = \tan x$	$y = f^*(x) = \arctan x$
DB	$-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$	$-\infty < x < \infty$
WB	$-\infty < y < \infty$	$-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$

Die Funktion Arkustangens ist die Umkehrfunktion des Tangens. Also leiten wir den Tangens doch mal ab:

$$f(x) = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

Wir wenden die Quotientenregel an:

$$f'(x) = \frac{\cos x \cdot \cos x - \sin x \cdot (-\sin x)}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$$

Nun wenden wir unseren tollen Satz an:

$$f^{*'}(y) = \frac{1}{f'(x)} = \frac{1}{1+\tan^2 x} = \frac{1}{1+(\tan(\arctan y))^2} = \frac{1}{1+y^2}$$

Also kennen wir die 1. Ableitung von Arkustangens. Ein Blick ins Tafelwerk bestätigt unsere Rechnung. Das weitere ist eine Übung zum Ableiten mit Hilfe der Quotientenregel. Zur Kontrolle mal die 4. Ableitung:

$$(\arctan x)^{(4)} = -24 \frac{x(x^2-1)}{(x^2+1)^4}$$