Übungsserie
Mathematik Klasse 13

1. Gegeben ist eine Funktionenschar durch $y = f_a(x) = -\frac{a+1}{a-2} \cdot x + \frac{3a}{a-2}$; $a \in \mathbb{R}, a \neq 2$ sowie der Kreis k durch die Gleichung $x^2 + y^2 + 6x - 12y + 40 = 0$.

1.1. Bestimmen Sie die „Grenzfunktionen“ für $a \to \pm\infty$!
1.2. Weisen Sie nach, dass alle Funktionen der Schar durch einen gemeinsamen Punkt A verlaufen und geben Sie die Koordinaten dieses Punktes an!
1.3. Welche Geradengleichung ergibt sich für a = 2?
1.4. Geben Sie eine vektorielle Gleichung für die Geradenschar an!

1.5. Stellen Sie den Kreis k sowie die Geraden für $-1 \leq a \leq 3$ graphisch dar!
1.6. Welche Gerade der Schar läuft durch den Mittelpunkt des Kreises?

1.7. Welche Geraden der Schar sind Tangenten an den Kreis?

2. Betrachtet werden jetzt der Kreis k sowie die Tangenten $t_1 : y = -\frac{1}{2}x + 2$ und $t_2 : y = -2x + 5$.
2.1. Geben Sie je eine vektorielle Gleichung für k sowie die Tangenten an!
2.2. Berechnen Sie die Koordinaten der Berührungspunkte P_1 und einmal mithilfe der vektoriellen Geradengleichung und einmal über die Koordinatengleichung!
2.3. Fertigen Sie eine Skizze an!
2.4. Berechnen Sie die Länge der Sehne $\overline{P_1P_2}$!
2.5. Berechnen Sie die Flächen der beiden Kreisteile, die durch den Schnitt mit der Sekante $\overline{P_1P_2}$ entstehen!
2.6. Berechnen Sie die Schnittwinkel der Tangenten mit der Sekante $\overline{P_1P_2}$!
2.7. Bestimmen Sie die Gleichungen der Tangenten an k, die parallel zu $\overline{P_1P_2}$ sind!
2.8. Die 4 Tangenten bilden ein gleichschenkliges Trapez.
Berechnen Sie den Flächeninhalt!
2.9. Die Punkte P_1, A(2|1) und P_2 bilden bei der Rotation um $y = -x + 3$ einen Kegel.
Berechnen Sie Volumen und Oberflächeninhalt des Kegels!

3. Gegeben sind die Punkte A(-3|-3), B(7|1) und C(3|5).
3.1. Berechnen Sie für dieses Dreieck, den Umfang, den Flächeninhalt, die Größen aller Innenwinkel, die Koordinaten des Schwerpunktes, des Umkreismittelpunktes, des Höhenschnittpunktes.
3.2. Weisen Sie nach, dass die 3 letztgenannten Punkte auf einer gemeinsamen Geraden (der Eulerschen Gerade) liegen.
3.3. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes D so, dass das Viereck ABCD ein bei A rechtwinkliges Trapez ergibt und berechnen Sie den Flächeninhalt des Trapezes!