

1. Klausur Mathematik

Leistungskurs Klasse 12

1. Erläutern Sie an einem selbstgewählten Beispiel die Begriffe Schranke, Grenze, Grenzwert einer Zahlenfolge!

2. Gegeben ist die Zahlenfolge

$$(a_n) = \left(\frac{n-2}{n+1} \right).$$

2.1. Berechnen Sie die ersten 5 Glieder der Zahlenfolge und stellen Sie sie graphisch dar!

2.2. Führen Sie eine exakte Monotonieuntersuchung durch!

2.3. Weisen Sie nach, dass die Zahlenfolge nach unten und nach oben beschränkt ist!

2.4. Bestimmen Sie mithilfe der Grenzwertsätze den Grenzwert der Zahlenfolge!

2.5. Wieviele Folgenglieder liegen außerhalb der ε -Umgebung des Grenzwertes, wenn $\varepsilon=0,01$?

3. Machen Sie Aussagen zur Konvergenz dieser Zahlenfolgen! Begründen Sie! Geben Sie gegebenenfalls den Grenzwert an!

$$(a_n) = (0; 0,3; 0,33; 0,333; \dots)$$

$$(b_n) = \left(\cos\left(\frac{n}{2} \cdot \pi\right) \right)$$

$$(c_n) = (0; 0,3; 0,303; 0,303003; 0,3030030003; \dots)$$

4. Gegeben ist die Zahlenfolge

$$(a_n) = \left(\frac{10n^2 - 4}{2 - 5n} + 2n \right).$$

4.1. Prüfen Sie, ob es sich um eine arithmetische oder geometrische Zahlenfolge handelt!

4.2. Zeigen Sie, dass die Zahlenfolge monoton fällt!

4.3. Zeigen Sie, dass -1 eine untere Schranke ist!

4.4. Zeigen Sie mithilfe der Grenzwertdefinition, dass -0,8 der Grenzwert ist!

5. Beweisen Sie:

5.1. Jedes Folgenglied einer arithmetischen Zahlenfolge ist das arithmetische Mittel aus seinem Vorgänger und seinem Nachfolger!

5.2. Jedes Folgenglied einer geometrischen Zahlenfolge mit nur positiven Gliedern ist das geometrische Mittel aus seinem Vorgänger und seinem Nachfolger!

5.3. Werden die Folgenglieder einer nichtkonstanten arithmetischen Zahlenfolge quadriert, so entsteht eine nichtarithmetische Zahlenfolge.

5.4. Werden die Folgenglieder einer arithmetischen und die einer geometrischen Zahlenfolge addiert, so entsteht eine nichtarithmetische Zahlenfolge!